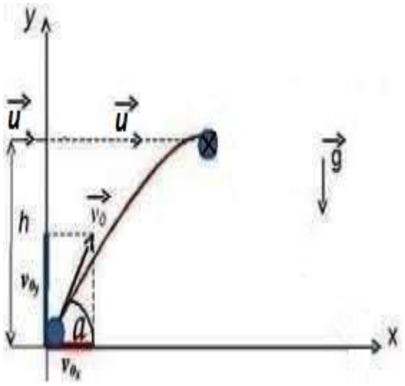
Орієнтовні розв'язки III етапу Всеукраїнської учнівської олімпіади з фізики
м. Львів, 2023 рік
10 КЛАС

Задача 1: Безпілотник летить на висоті h з постійною швидкістю u. Зенітники його помітили й випустили ракету точно в той момент часу, коли літальний апарат пролітав над ними. З якою швидкістю було запущено ракету, якщо відомо, що вона влучила в безпілотник на максимальній висоті свого підйому. Опір повітря не враховувати.

РОЗВ'ЯЗОК



В момент влучання ракети її координати й безпілотника будуть однакові. За умовою задачі ракета вразила ціль на максимальній висоті балістичної траєкторії, тобто

$$h = H_{max} = \frac{(v_0 sin\alpha)^2}{2g} \Rightarrow \qquad (1)$$

$$v_0^2 sin^2\alpha = 2gh \qquad (2)$$

де v_0 – швидкість запуску ракети, α – кут між напрямом швидкості запуску та горизонтом.

Тепер потрібно прирівняти координати ракети й безпілотника по OX:

$$x_р = x_б \qquad (3)$$

$$x_р = v_0 t cos\alpha \qquad (4)$$

$$x_б = ut \qquad (5)$$

$$v_0 t cos\alpha = ut \qquad (6)$$

Оскільки за умовою задачі відносно точки запуску ракети час руху безпілотника до зіткнення з ракетою такий же, як час руху ракети до зіткнення, то

$$v_0 cos\alpha = u \qquad (7)$$

Маємо систему з двох рівнянь (2) і (7). Піднесемо до квадрата ліву й праву частину виразу (7), а потім додамо до нього співвідношення (2). Отримаємо

$$v_0^2 cos^2\alpha + v_0^2 sin^2\alpha = u^2 + 2gh \qquad (8)$$

Після нескладних математичних спрощень отримаємо шукану початкову швидкість

$$v_0 = \sqrt{u^2 + 2gh}$$

ВІДПОВІДЬ. $v_0 = \sqrt{u^2 + 2gh}$

<u>Задача 2</u>: Літнього дня сонячний кип'ятильник з освітлювальною робочою площею 12 м^2 має продуктивність 25 л окропу за пів години. Визначити ККД кип'ятильника, якщо кількість теплоти, яка припадає на кожен см^2 його робочої площі за хвилину, рівна 4,5 Дж, а початкова температура води 19°С. Питома теплоємність води – 4,2 $\frac{\text{кДж}}{\text{кг°С}}$, а густина – 1 $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

РОЗВ'ЯЗОК

За означенням ККД кип'ятильника

$$\eta = \frac{Q_k}{Q_n} \cdot 100\ \% \qquad (1)$$

де Q_k – кількість теплоти, що йде на нагрівання 50 літрів води за годину від 19 °С до кипіння, а Q_n – кількість теплоти, яку отримує робоча площа кип'ятильника за цей же час.

$$Q_k = cm\Delta t = c\rho V\Delta t = c\rho P\tau\Delta t \qquad (2)$$

де P – продуктивність кип'ятильника.

$$Q_n = IS\tau \qquad (3)$$

де I – кількість теплової енергії, що припадає на одиницю робочої площі кип'ятильника за одиницю часу.

Тоді, підставивши вирази (2) і (3) в (1), отримаємо

$$\eta = \frac{c\rho P\tau\Delta t}{IS\tau} \cdot 100\ \% = 52{,}5\ \%$$

ВІДПОВІДЬ. η = 52,5 %

<u>Задача 3</u>: За допомогою перетворювача на змінну напругу, ККД якого 100 %, заживили будинок, використавши акумулятор на 15000 мА•год. Скільки часу працюватиме такий акумулятор, якщо в будинку мешканці ввімкнули в мережу одночасно прилади з такими номінальними значеннями: «230 В 529 Вт», «230 В 138 Вт», «230 В 161 Вт», «230 В 322 Вт»?

РОЗВ'ЯЗОК

Час роботи акумулятора можна знайти, поділивши його ємність на повну номінальну силу струму, яку використовують прилади. Оскільки в будинку прилади заживляють до паралельно з'єднаних розеток, то сумарна сила струму буде рівною алгебраїчній сумі номінальних сил струмів всіх ввімкнених приладів.

$$t = \frac{q}{I} \qquad (1)$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \qquad (2)$$

$$I_i = \frac{P_i}{U_i} \qquad (3)$$

$I_1 = 2.3\ A,\ I_2 = 0.6\ A,\ I_3 = 0.7\ A,\ I_4 = 1.4\ A$

Підставляємо одержані значення в (2). Тоді $I = 5\ A$. Отже, $t = \frac{q}{I}$ = 3 год

ВІДПОВІДЬ. t = 3 год

<u>Задача 4</u>: Для приблизної оцінки періоду піврозпаду йоду, в калориметр теплоємністю $1000\,\frac{\text{Дж}}{°\text{C}}$ помістили його радіоактивний ізотоп $^{131}_{53}J$. За час проведення експерименту активність ізотопу зменшилась на $6 \cdot 10^7$Бк, а калориметр нагрівся на 0,006°С. Знайти період піврозпаду досліджуваного ізотопу йоду, якщо відомо, що під час розпаду одного ядра такого ізотопу виділяється енергія 10^{-13} Дж.

РОЗВ'ЯЗОК

Згідно з законом збереження енергії, енергія розпаду ядер перетворилася на внутрішню енергію калориметра

$$E = Q \qquad (1)$$

$$E = NE_0 \quad Q = C\Delta t \qquad (2)$$

$$NE_0 = C\Delta t \qquad (3)$$

де N – кількість ядер радіонукліда, які розпалися впродовж експерименту. Її можна знайти за різницею активностей ізотопу на початку та в кінці досліду:

$$\Delta A = N\lambda \qquad (4)$$

де $\lambda = 0{,}693/T$ – стала характеристика радіоактивного розпаду для певного ізотопу, T – період піврозпаду.

Тоді з (4) =>

$$N = \frac{\Delta A}{\lambda} = \frac{\Delta A T}{0.693} \qquad (5)$$

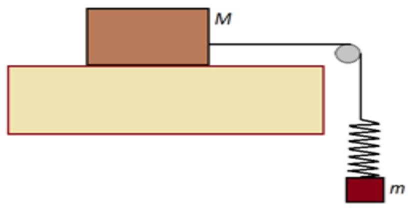
Маємо систему з двох рівнянь (3) і (5). Підставляємо (5) в (3)

$$\frac{\Delta A T}{0.693} E_0 = C\Delta t \qquad (6)$$

Отже,

$$T = \frac{0{,}693 C\Delta t}{\Delta A E_0} \approx 8 \text{ діб}$$

ВІДПОВІДЬ. $T \approx 8$ діб



<u>Задача 5</u>: Пружинний маятник, що складається з легкої пружини та тягарця, зв'язаний легкою нерозтяжною ниткою через ідеальний блок з бруском, який лежить на горизонтальній поверхні. Коефіцієнт тертя між основою бруска та поверхнею дорівнює 0,2. Знайти частоту гармонічних коливань тягарця маятника, які він здійснює вздовж вертикалі, що збігається з вертикальним відрізком нитки, якщо максимально можлива амплітуда цих коливань, коли вони залишаються гармонічними, становить 2,5 см. Відношення маси бруска M до маси тягарця m дорівнює 7. ($g \approx 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, $\pi^2 \approx 10$).

РОЗВ'ЯЗОК

Коливання тягарця залишатимуться гармонічними при виконанні двох умов:

1) важчий брусок і верхній край пружини залишатимуться нерухомими;

2) тягарець не перебуває в стані вільного падіння, тобто пружина і нитка постійно натягнуті.

З першої умови випливає, що в крайньому нижньому положенні сила пружності пружини не повинна перевищувати силу тертя ковзання бруска.

$$F_{пр} \leq F_{тер} \tag{1}$$

$$F_{пр} = k(x_0 + A_1) \quad F_{тер} = \mu g M \tag{2}$$

$$k(x_0 + A_1) \leq \mu g M \;\; => \tag{3}$$

$$A_1 \leq \frac{\mu g M}{k} - x_0 \tag{4}$$

де k – жорсткість пружини, x_0 – деформація пружини під дією ваги тягарця в положенні рівноваги, A_1 – максимальна амплітуда гармонічних коливань тягарця при відхиленні вниз, μ – коефіцієнт тертя між бруском і поверхнею.

З умови рівноваги гармонічного маятника визначимо x_0 і підставимо його в (4)

$$x_0 = \frac{gm}{k} \;\; => \tag{5}$$

$$A_1 \leq \frac{\mu g M}{k} - \frac{gm}{k} = \frac{g}{k}(\mu M - m) = \frac{gm}{k}\left(\mu\frac{M}{m} - 1\right) = \frac{g}{4\pi^2\vartheta^2}\left(\mu\frac{M}{m} - 1\right) \tag{6}$$

де $\frac{k}{m} = \omega^2 = 4\pi^2\nu^2$ (ν – частота гармонічних коливань тягарця).

З другої умови випливає, що в крайньому верхньому положенні тягарця, коли зміщення рівне $(x_0 - A_2)$, пружина не розтягнута і не стиснута ($F_{пр\,min} = T_{min} = 0$), тобто

$$k(x_0 - A_2) = 0 \; => \tag{7}$$

$$A_2 \leq x_0 = \frac{gm}{k} = \frac{g}{4\pi^2\vartheta^2} \tag{8}$$

Порівнюючи вирази (6) і (8), бачимо, що (6) накладає більш строгу вимогу на значення максимальної амплітуди, при якому верхній брусок залишиться нерухомим, оскільки $\left(\mu\frac{M}{m} - 1\right) = 0{,}4 < 1$. Отже,

$$A_1 = \frac{g}{4\pi^2\vartheta^2}\left(\mu\frac{M}{m} - 1\right) \; => \; \vartheta = \sqrt{\frac{g\left(\mu\frac{M}{m} - 1\right)}{4\pi^2 A_1}} = 2\ \text{Гц}$$

ВІДПОВІДЬ. $\vartheta = 2$ Гц