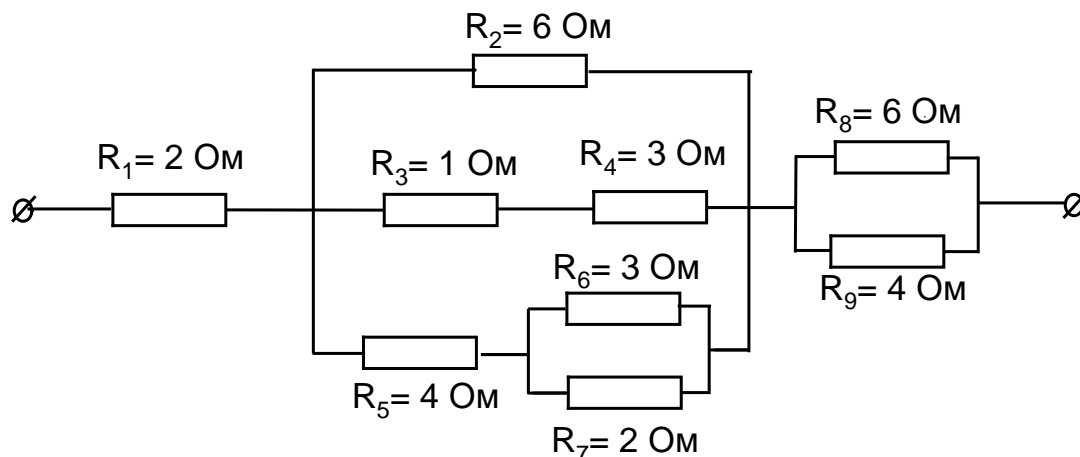


Задача 1. До електричної схеми (див. рис.) під'єднано джерело з постійною напругою 11,98 В. Який струм протікає через схему?



Розв'язок

Знайдемо сумарний опір паралельного з'єднання резисторів R_6 та R_7 :

$$R_{67} = \frac{3 \cdot 2}{3+2} = \frac{6}{5} \text{ Ом, та послідовного опорів } R_3 \text{ та } R_4: R_{34} = 1 + 3 = 4 \text{ Ом.}$$

Опір послідовного з'єднання резисторів R_5 та R_{67} становитиме:

$$R_{567} = 4 + \frac{6}{5} = \frac{26}{5} \text{ Ом}$$

Обчислимо сумарний опір паралельного з'єднання резисторів R_2 , R_{34} та R_{567} :

$$R_{2-7} = \frac{6 \cdot 4 \cdot \frac{26}{5}}{6 \cdot 4 + 4 \cdot \frac{26}{5} + 6 \cdot \frac{26}{5}} = \frac{\frac{624}{5}}{\frac{380}{5}} = \frac{156}{95} \text{ Ом}$$

Запишемо опір паралельного з'єднання резисторів R_8 та R_9 : $R_{89} = \frac{6 \cdot 4}{6+4} = \frac{24}{10} \text{ Ом}$

Знайдемо сумарний опір послідовного з'єднання резисторів R_1 , R_{2-7} та R_{89} :

$$R = 2 + \frac{156}{95} + \frac{24}{10} = \frac{574}{95} \text{ Ом} \approx 6.04 \text{ Ом}$$

Обчислимо струм, який проходить через електричну схему:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{11,98 \text{ В}}{6,04 \text{ Ом}} \approx 1,98 \text{ А}$$

Задача 2. Поїзд довжиною $l = 900$ м починає рухатись з постійною швидкістю 5 м/с. Одночасно з поїздом починають рухатись на зустріч один одному два мотоциклісти які стоять біля кінців поїзда на шосе паралельній до поїзда з швидкостями 9 м/с та 3 м/с. З якими швидкостями повинні рухатись мотоциклісти після їх зустрічі щоб досягти інших кінців поїзда одночасно через 20 с після зустрічі?

Розв'язок

Очевидно, що до зустрічі мотоциклісти пройшли шлях, який дорівнює довжині поїзда:

$$l = v_1 t + v_2 t, \quad (1)$$

де t – час від початку руху до зустрічі мотоциклістів. Звідси одержуємо:

$$t = \frac{l}{v_1 + v_2} = \frac{900 \text{ м/с}}{9 \text{ м/с} + 3 \text{ м/с}} = 75 \text{ с}.$$

До зустрічі мотоциклістів поїзд пройшов шлях d (див. рисунок):

$$d = v \cdot t.$$

Мотоцикліст, який рухався за поїздом, пройшов до зустрічі шлях s (див. рисунок):

$$s = v_1 \cdot t.$$

Після зустрічі мотоциклісти рухаються з швидкостями v'_1 та v'_2 відповідно (див. рисунок).

Після зустрічі мотоциклістів до одночасного досягнення інших кінців поїзда пройшов час $t' = 20$ с.

За цей час поїзд проходить шлях vt' , а мотоциклісти проходять шляхи:

$$v'_1 t' \text{ та } v'_2 t'.$$

З рисунка видно що:

$$v'_1 t' = l - (s - d) + vt'$$

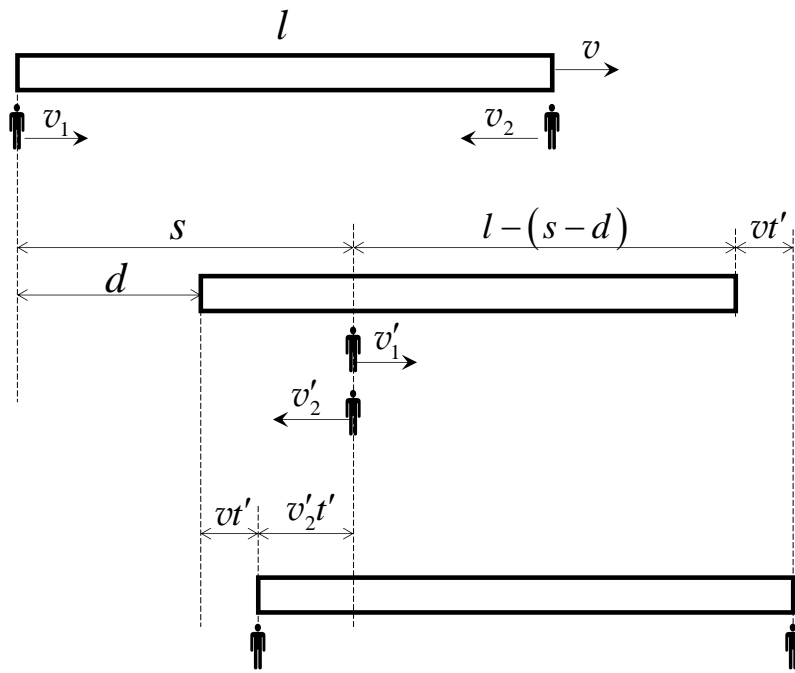
та

$$v'_2 t' = (s - d) - vt'$$

Звідси одержуємо:

$$v'_1 = \frac{l - (v_1 - v)t}{t'} + v = \frac{900 \text{ м} - (9 \text{ м/с} - 5 \text{ м/с}) \cdot 75 \text{ с}}{20 \text{ с}} + 5 \text{ м/с} = 35 \text{ м/с}.$$

$$v'_2 = \frac{(v_1 - v)t}{t'} - v = \frac{(9 \text{ м/с} - 5 \text{ м/с}) \cdot 75 \text{ с}}{20 \text{ с}} - 5 \text{ м/с} = 10 \text{ м/с}.$$



Задача 3. Тонка паличка АВ розташована на головній оптичній осі збиральної лінзи так, що точка А збігається з точкою подвійної фокусної віддалі лінзи, а точка В знаходиться на відстані $2,5 F$ від лінзи. Паличка починає рухати з швидкістю $v = const$ у напрямку оптичного центра лінзи. Визначте відношення середніх швидкостей руху зображень точок А та В за час, протягом якого точка В переміститься в точку $2F$ лінзи.

Розв'язок

За формулою лінзи визначимо відстань від зображення В до лінзи (очевидно, що зображення точки А отримаємо у точці подвійної фокусної відстані $2F$ справа від лінзи).

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{F}, \quad f_1 = \frac{d_1 F}{d_1 - F}, \quad f_1 = \frac{2.5F \cdot F}{2.5F - F} = \frac{2.5F}{1.5} = \frac{5}{3}F$$

Аналогічно розрахуємо положення зображення палички АВ (точки А та В) в момент часу, коли точка В кінця палички досягне подвійної фокусної відстані.

Зображення точки В буде у точці подвійної фокусної відстані справа від лінзи.

Зображення точки А правого кінця палички: $AB = 2.5F - 2F = 0.5F$, $d_2 = 1.5F$, $\frac{1}{f_2} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F}$; $f_2 = \frac{d_2 F}{d_2 - F}$, $f_2 = \frac{1.5F \cdot F}{1.5F - F} = \frac{1.5F}{0.5F} = 3F$

Час руху палички буде рівний $t = \frac{0.5F}{v}$

Відстань, яку пройде зображення точки А за цей час, $l_A = 3F - 2F = F$,

Середня швидкість руху точки А $v_A = \frac{l_A}{t} = \frac{l_A v}{0.5F} = 2v$

Відстань, пройдена зображенням точки В за цей самий час, -

$$l_B = 2F - f_1 = 2F - \frac{5}{3}F = \frac{1}{3}F$$

Середня швидкість руху зображення точки В упродовж визначеного часу –

$$v_B = \frac{l_B}{t} = \frac{1/3F}{0.5F} v = \frac{2}{3}v$$

Відношення середніх швидкостей руху зображень точок А і В рівне

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{2v}{2/3v} = 3$$

Задача 4. Вага пустотілої чавунної кулі у воді становить $P_1 = 39$ Н, а у бензині $P_2 = 42$ Н. Густина води – $\rho_1 = 1000$ кг/м³, бензину – $\rho_2 = 700$ кг/м³, чавуну – $\rho_3 = 7000$ кг/м³. Вважаючи, що прискорення вільного падіння $g = 10$ м/с², знайдіть яку частку k від її об'єму становить пустота?

Розв'язок

Беручи до уваги рівновагу сил при зважуванні для ваги кулі у воді і бензині запишемо:

$$P_1 = mg - \rho_1 g V \quad (1)$$

$$P_2 = mg - \rho_2 g V, \quad (2)$$

де V – об'єм кулі. Позбувшись в даній системі рівнянь від об'єму, знайдемо, що:

$$m = \frac{P_1 \rho_2 - P_2 \rho_1}{g(\rho_2 - \rho_1)} = 4,9 \text{ кг.}$$

Поділивши рівняння (1) і (2) на об'єм V отримаємо:

$$\frac{P_1}{V} = \rho g - \rho_1 g$$

$$\frac{P_2}{V} = \rho g - \rho_2 g,$$

де ρ – середня густина кулі. Поділимо ці рівняння одне на одне:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2}$$

Звідки знайдемо, що середня густина кулі становить:

$$\rho = \frac{P_1 \rho_2 - P_2 \rho_1}{P_1 - P_2} = 4900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Тоді частка об'єму, яку займає пустота становитиме:

$$k = 1 - \frac{\rho}{\rho_3} = 0,3.$$

Відповідь: Пустота займає 0,3 від її об'єму.

Задача 5. Тіло масою 100 г і температурою 0 °С опускають в калориметр, що містить 500 г води із температурою 45 °С. Питома теплоємність матеріалу тіла залежить від температури T наступним співвідношенням: $C = C_0(1 + kT)$, де $C_0 = 4,2 * 10^3$ Дж/кг °С, $k = 0,1$ °С⁻¹ та T – температура в °С. Визначте температуру калориметра після встановлення рівноваги. Питомою теплоємністю калориметра та втратами в навколишнє середовище знехтувати. Питома теплоємність води становить $4,2 * 10^3$ Дж/кг °С.

Розв'язок

Позначимо рівноважну температуру калориметра T_x , початкову температуру води $T_в$ та запишемо кількість теплоти Q_1 , яку віддала вода при охолодженні до температури T_x та кількість теплоти Q_2 , яку отримало тіло при нагріванні від $T_т$ до температури T_x :

$$Q_1 = C_в m_в (T_в - T_x)$$

$$Q_2 = C m_т (T_x - T_т)$$

Нехтуючи втратами теплоти Q_1 та Q_2 рівні. Оскільки теплоємність тіла залежить від його температури $C = C_0(1 + kT)$ лінійно, то знайдемо середнє значення теплоємності в інтервалі температур від 0 °С до T_x :

$$C_{\text{сер}} = \frac{C(0) + C(T_x)}{2} = \frac{C_0 + C_0(1 + kT_x)}{2} = C_0(1 + \frac{1}{2}kT_x)$$

Підставимо середню теплоємність у рівняння теплового балансу $Q_1 = Q_2$ та врахувавши, що $T_т = 0$ °С

$$C_в m_в (T_в - T_x) = C_0(1 + \frac{1}{2}kT_x) m_т T_x$$

Розкриємо дужки та спростимо рівняння врахувавши $C_в = C_0$:

$$m_в T_в - m_в T_x = m_т T_x + \frac{1}{2} k m_т T_x^2$$

Підставивши відповідні числові значення прийдемо до квадратного рівняння відносно невідомої температури T_x

$$0.005T_x^2 + 0,6T_x - 22.5 = 0 \text{ або}$$

$$T_x^2 + 120T_x - 4500 = 0$$

Розв'язками даного рівняння будуть величини $T_1 = 30$ та $T_2 = -150$

Відкидаємо не фізичний розв'язок для даної системи і отримуємо рівноважну температуру $T_x = 30$ °С